1. Es té un succés de probabilitat P(A)= 0.3
   a. Un succés B de probabilitat P(B)= 0.5 és independent d'A. Calcula P(AU B).
   b. Un altre succés C compleix $P(C|A) = 0.5$. Determina $P(A \cap \bar{C})$.
   c. Si es té un succés D tal que $P(\bar{A}|D) = 0.2 \ i \ P(D|A) = 0.5$, calculeu P (D).

2. Es disposa de tres urnes A, B i C. La urna A conté 4 boles roges i 2 negres: la urna B conté 3 boles de cada color i la urna C conté 6 boles negres. S'escull un urna a l'atzar i s'extreu d'ella dos boles de manera consecutiva i sense reemplaçament.
   a. Calcula la probabilitat de que la primera bola extreta sigui roja.
   b. Calcula la probabilitat que la primera bola extreta sigui roja i la segona sigui negra
   c. Sabent que la primera bola extreta era roja, calcula la probabilitat de que la segona sigui negra.

3. El despertador no em funciona correctament ja que el 20% de les vegades no sona. Quan sona, arribo tard a classe el 20% dels dies però si no sona, la probabilitat que arribi tard és 0,9.
   a. Representa el diagrama d'arbre
   b. Justifica si el percentatge de vegades que arribo tard a classe i ha sonat el despertador és superior al 20%
   c. Justifica si la probabilitat de que no arribe tard a classe és menor de 0,5.
   d. Si un dia arribo tard a classe, quina és la probabilitat que hagi sonat el despertador?

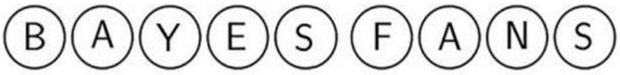
4. D'una cistella amb 6 barrets blancs i 3 negres, se n'agafa un a l'atzar. Si és blanc, s'agafa al atzar un mocador d'un calaix que conté 2 blancs, 2 negres i 5 amb quadres blancs i negres. Si el barret és negre, s'agafa a l'atzar un altre mocador d'un altre calaix que conté 2 mocadors blancs, 4 negres i 4 amb quadres blancs i negres. Es demana:
   a. Troba la probabilitat que el mocador que aparegui algun color que no sigui el del barret.
   b. Calcula la probabilitat de que en almenys un dels complements (barret o mocador) aparegui el color negre.
   c. Calcula la probabilitat de que el barret sigui negre, sabent que el mocador ha estat de quadres.

5. En una determinada població, el 40% d'individus llegeix diàriament la premsa i el 75% veu diàriament les notícies a la televisió. A més, el 25% dels individus llegeix la premsa i veu les notícies a la televisió diàriament.
   a. Són independents els successos "llegir diàriament la premsa" i "veure diàriament les notícies a la televisió"?
   b. Quina és la probabilitat que un individu llegeixi la premsa diàriament però que no vegi les notícies a la televisió?
      Si un individu llegeix la premsa diàriament, quina és la probabilitat que també vegi les notícies a la televisió?

6. Segons l'Institut Nacional d'Estadística, durant l'últim trimestre de 2020, el percentatge de dones que pertanyen al conjunt de Consellers d'Administració de les empreses que composen l'Ibex-35 va ser del 27,7%. Si s'han reunit 10 d'aquests consellers:

a. Troba la probabilitat que la meitat siguin dones.
b. Calcula la probabilitat de que hi hagi almenys un home.

7. El 65% dels universitaris de 18 anys que intenten superar l'examen pràctic de conduir ho aconsegueix a la primera. Es trien a l'atzar 10 universitaris de 18 anys que ja han superat l'examen pràctic. Es demana:
   a. Calcula la probabilitat de que exactament 3 d'ells van necessitar més d'un intent per superar l'examen.
   b. Calcula la probabilitat que algun d'ells hagi necessitat més d'un intent per superar l'examen pràctic.

8. [PAU24JS1Q4] L'Andreu posa les nou boles que es mostren a continuació dins d'una bossa. 

   a. A continuació, treu de la bossa dues boles a l'atzar, una darrere l'altra i sense reemplaçament (és a dir, no retorna a la bossa la primera bola abans de treure la segona). Calculeu la probabilitat que la primera bola sigui una A o una E. Calculeu la probabilitat que les dues boles siguin diferents.
   b. L'Andreu torna a posar totes les boles a la bossa i en treu cinc a l'atzar, una darrere l'altra, però ara amb reemplaçament (és a dir, ara sí que retorna a la bossa cada bola extreta abans d'agafar la següent).

—Calculeu la probabilitat que no hagi tret cap A.
— Calculeu la probabilitat que hagi tret almenys dues A.

9. [PAU24JS5Q4] La Rut fa servir el mètode següent per a fer els problemes de matemàtiques: tira un dau equilibrat i, si el resultat és com a màxim 4, pensa i resol el problema ella mateixa; si el resultat és 5 o 6, busca la solució del problema per Internet i la copia. Quan és ella qui ha pensat la solució, la resposta és correcta en el 75 % dels casos; quan copia la solució d'Internet, la resposta és correcta només en el 40 % dels casos.
   a. Quina és la probabilitat que la solució d'un problema respost seguint aquest mètode sigui correcta?
   b. Quina és la probabilitat que un problema l'hagi resolt la Rut si sabem que la solució és correcta?
   c. Demà la Rut ha d'entregar 5 problemes de matemàtiques. Quina és la probabilitat que n'hi hagi almenys 4 de correctes?

10. [PAU24SS3Q4] S'estima que el 20 % dels habitants d'una regió pateix algun tipus d'arrítmia. Per a diagnosticar-la, hi ha la possibilitat de col·locar al pacient un monitor Holter, que detecta l'arrítmia en un 95 % dels casos de persones que la pateixen, però que també dona falsos positius, per motius elèctrics, en persones que no pateixen arrítmies en un 0,5 % dels casos.
    a. Si escollim 4 persones a l'atzar, quina és la probabilitat que almenys una d'elles pateixi arrítmies?
    b. Quina és la probabilitat que una persona escollida a l'atzar obtingui un diagnòstic positiu d'arrítmia?
    c. Si una persona obté un diagnòstic negatiu a la prova del Holter, quina és la probabilitat que realment pateixi arrítmies?

11. [PAU24CCSSJS1Q5]El Guiu i el Roc són uns grans aficionats al cinema i miren moltes pel·lícules de la plataforma a la qual estan subscrits. Els agrada tant que, si agafem una pel·lícula de la plataforma a l'atzar, la probabilitat que el Guiu l'hagi vista és de 0,5, la probabilitat que el Roc l'hagi vista és de 0,6 i la probabilitat que l'hagin vista tots dos és de 0,25.
    a. Si triem una pel·lícula a l'atzar, calculeu la probabilitat que almenys un dels dos l'hagi vista. Calculeu també la probabilitat que l'hagi vista el Roc però no el Guiu.
    b. Si triem una pel·lícula a l'atzar, calculeu la probabilitat que el Guiu l'hagi vista si sabem que almenys un dels dos l'ha vista.

12. [PAU24CCSSJS5Q5]El En una cafeteria, al migdia, ofereixen la possibilitat d'escollir entre el menú del dia (opció A1) o un plat combinat (opció A2). Alguns clients també prenen cafè (opció B1) i d'altres no (opció B2). Si seleccionem un client de la cafeteria a l'atzar, la probabilitat que esculli el menú del dia és de 0,6 i la probabilitat que esculli un plat combinat és de 0,4. D'altra banda, la probabilitat que prengui cafè si escull el menú del dia és de 0,75, mentre que la probabilitat que prengui cafè si escull un plat combinat és de 0,5.
    a. Quina és la probabilitat que el client prengui cafè?
    b. Quina és la probabilitat que hagi escollit el menú del dia si sabem que ha pres cafè?

13. [PAU24CCSSSS3Q5]Un centre esportiu té dues zones: la zona de la piscina (A1) i la zona del gimnàs (A2). Els abonats han de triar a quina de les dues zones (només una) volen accedir i també si volen anar al centre esportiu en horari de matí (opció B1) o en horari de tarda (opció B2). Si seleccionem un abonat del centre a l'atzar, sabem que la probabilitat que utilitzi la zona de la piscina és de 0,4 i la probabilitat que utilitzi el gimnàs és de 0,6. D'altra banda, la probabilitat que estigui abonat en horari de matí, si sabem que utilitza la zona de la piscina, és de 0,55, mentre que la probabilitat que estigui abonat en horari de matí, si sabem que utilitza el gimnàs, és de 0,45.
    a. Quina és la probabilitat que l'individu estigui abonat en horari de matí?
    b. Si sabem que està abonat en horari de matí, quina és la probabilitat que utilitzi la zona de piscina?

14. [PAU25JS1Q3] Una empresa produeix dos tipus de peces, de ferro i d'acer. El 60 % de la producció total correspon a peces de ferro i la resta són d'acer. Sabem que el 95 % de les peces de ferro produïdes no tenen cap defecte, mentre que el 3 % de les peces d'acer són defectuoses.
    a. Si agafem una peça a l'atzar, quina és la probabilitat que sigui defectuosa?
    b. L'empresa aviat diversificarà la producció i començarà a produir també peces de titani, que es vendran en paquets de 5. Si la probabilitat que una peça de titani sigui defectuosa és un valor desconegut p, i cada peça és defectuosa independentment de les altres, comproveu que l'expressió que ens dona la probabilitat que en un paquet de 5 peces n'hi hagi exactament 4 de defectuoses (en funció de p) és $f(p) = 5(p^4 - p^5)$. Considereu la funció f(p) de l'apartat anterior. Determineu el valor màxim que pren f(p) quan $p \geq 0$.

15. [PAU25JS4Q3] Un usuari d'Internet ha estimat que el 25 % dels correus electrònics que rep són correu brossa, mentre que la resta no ho són. Per a facilitar la classificació del correu, s'ha instal·lat un filtre que envia a la carpeta de correu brossa el 95 % dels missatges que efectivament ho són. Malauradament, aquest filtre deixa a la safata d'entrada només el 90 % dels missatges bons (i la resta els envia a la carpeta de correu brossa).
    a. Quina és la probabilitat que un missatge sigui enviat pel filtre a la carpeta de correu brossa?
    b. Un dia, aquest usuari obre la carpeta de correu brossa. Quin percentatge de missatges que no són correu brossa hi trobarà?

    En un servidor de correu electrònic determinat, la probabilitat de rebre com a mínim dos correus en menys de t minuts ve donada per la funció F(t) = ∫ , on A és una constant real.

    c. Sabent que la probabilitat de rebre com a mínim dos correus en menys de dos minuts és $1 - e^{-1}$, trobeu el valor de A.

16. [PAU25SS3Q3]La lesió per sesamoïditis (inflamació de l'os sesamoide del peu) és relativament habitual entre la població que practica esports d'impacte (atletisme, bàsquet, tennis…). En una pobla ció d'esportistes, s'ha fet un estudi diferenciant entre els que practiquen esports d'impacte i els que practiquen esports sense impacte brusc (com ara natació, pilates, senderisme…). S'ha pogut determinar que el 45 % practiquen esports d'impacte. Entre aquests, un 10 % pateixen lesions per sesamoïditis, mentre que entre els que no practiquen esports d'impacte només un 3 % presenten aquesta lesió. Escollim un esportista a l'atzar.
    a. Quina és la probabilitat que pateixi sesamoïditis?
    b. Si l'esportista escollit té una lesió per sesamoïditis, quina és la probabilitat que practiqui esports d'impacte?

    Una empresa de calçat esportiu ha creat una sabatilla amb amortiment per a minimitzar les lesions per sesamoïditis. Els beneficis generats per la venda d'aquest producte, en milers d'euros, segueixen una funció de la forma f(x) = ax3 + bx2 + cx, on x són els anys transcorreguts des que la sabatilla va sortir a la venda i a, b i c són constants reals.

    c. Calculeu els valors de a, b i c sabent que el primer any es van obtenir el màxim de beneficis, amb un valor de 8 000 euros, i que el segon any va haver-hi un punt d'infle xió en els beneficis.